

## Uso de Controladores Difusos en el Proceso de Evaluación en Matemática

Graciela C. Lombardo , Marcelo J. Marinelli

Universidad Nacional de Misiones. Ruta 12 km 7,5, Miguel Lanus  
{graciela.lombardo, marcelo.marinelli} @gmail.com

**Resumen.** Este trabajo es un avance del proyecto de investigación “Uso de la Lógica Difusa en el Proceso de Evaluación”. El objetivo fue utilizar técnicas de inteligencia artificial para obtener un sistema de calificaciones que se adapte al desempeño de los alumnos durante el cursado de una asignatura. Se optó por la lógica difusa debido a su interpretabilidad y adaptabilidad a los requerimientos del experto. Los objetos de estudio fueron las evaluaciones de una asignatura del Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Misiones, correspondientes a la cohorte 2016. Para la implementación de este sistema se diseñaron controladores difusos tipo MAMDANI. Se contrastaron los resultados provenientes del sistema de controladores difusos con los procedentes de la evaluación tradicional correspondientes al mismo período. Los resultados preliminares mostraron que el sistema se adapta a las características particulares de la cátedra y la singularidad y desempeño del alumno.

**Palabras clave:** Evaluación, Matemática, Lógica difusa, Controladores difusos.

### 1 Introducción

Se considera la evaluación en un sentido amplio debido a que incluye el diagnóstico para la enseñanza, para la comprensión y finalmente para la acreditación. Interpretando que las actividades evaluativas no son todas mensurables numéricamente, es la lógica difusa una técnica apropiada debido a su amplia interpretabilidad.

Para desarrollar esta investigación se propone como objetivo desarrollar un sistema de evaluación basado en lógica difusa. Los objetivos específicos son: a) Definir, para cada instancia de evaluación, las variables lingüísticas de entrada y de salida, y determinar la totalidad de las reglas difusas capturadas a partir de la experiencia del docente. b) Seleccionar el o los métodos adecuados para la defusificación. c) Comparar los resultados obtenidos, mediante la técnica difusa, con los procedentes del proceso de evaluación histórico del mismo período.

## 2 Marco teórico

### 2.1 Evaluación

La evaluación, dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, es una variable compleja y controversial, que sirve para acreditar como para diagnosticar, retroalimentar, reflexionar, regular y optimizar los aprendizajes [1].

Tres son las fases o etapas que pueden distinguirse en la evaluación, claramente diferenciadas, aunque complementarias: diagnóstico inicial, evaluación diagnóstica continua y acreditación [2]. Las dos primeras tienen como objetivo determinar los conocimientos que poseen los alumnos en el área temática correspondiente a la disciplina y que deberían haberse adquirido en los cursos previos y verificar los que se han aprehendido en el período presente. De esta manera y con esta información se pueden delinear las estrategias de enseñanza y aprendizaje customizadas al grupo de alumnos. En tanto que la tercera corresponde a la certificación de conocimientos ante la institución y la sociedad [3].

Es esencial incorporar instrumentos de evaluación para obtener datos para el diseño de actividades en consecuencia con los objetivos planteados [4], entre los que se pueden citar: entrevistas clínicas, técnicas asociación libre y relaciones, gráficos o esquemas, cuestionarios, UVE heurística, mapas conceptuales, etc.

### 2.2 Lógica difusa

El precursor de la Lógica difusa es Lotfi A. Zadeh, quien desarrolla su actividad como profesor e investigador de la Universidad de California en Berkeley. En 1965 publicó un artículo denominado *fuzzy set*, en el cual postuló una lógica donde la pertenencia de un objeto o elemento a una clase o conjunto es gradual. Esto da origen a una lógica multivaluada a diferencia de la lógica clásica que es bivaluada (la pertenencia de un objetivo a una clase es verdadera o falsa sin permitir valores intermedios). De esta forma en la lógica difusa (*fuzzy logic*) los valores pueden tomar infinitos valores de verdad en el intervalo  $[0,1]$ . Además, permite utilizar términos lingüísticos de fácil interpretación y de manera parecida a como percibimos las variables, en la vida cotidiana, por medio de los cinco sentidos. Por ejemplo, puede describirse la humedad ambiente como "baja", "muy baja", "alta", "muy alta". A estos términos, los que describen a la variable, se los denomina "etiquetas lingüísticas". A diferencia de los conjuntos clásicos (*crisp set*), un elemento en el campo de la lógica difusa puede pertenecer a más de un conjunto difuso y con distintos grados de pertenencia. Se define la función de pertenencia de un conjunto difuso  $\mu_A$  como se indica en (1):

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1] \quad (1)$$

El universo  $X$  es denominado "Universo de Discurso de la variable  $x$ ", también suele simbolizárselo con la notación  $U$ . Esto indica que la función de pertenencia está definida en el intervalo real  $[0,1]$ . Definiendo entonces al conjunto difuso  $A$  como se muestra en (2):

$$A1 = \{\mu A1(x) / x: x \in X, \mu A1(x) \in [0,1] \in \mathbb{R}\} [5]. \quad (2)$$

El razonamiento difuso se aborda mediante el tratamiento de proposiciones (reglas difusas) del tipo si-entonces (*if-then*); pero se diferencia de la lógica clásica en que los valores proposicionales pueden variar en el intervalo  $[0,1]$  y la resolución de una o más reglas se realiza a través de leyes de inferencia o reglas de inferencia. Estas leyes pueden ser: modus ponens generalizado o modus tollens generalizado [6].

En 1974 el ingeniero inglés Ebrahim H. Mamdani aplicó la teoría de la lógica difusa en el proceso de control de un motor de vapor. A partir de entonces se han sucedido una gran cantidad de aplicaciones en la industria [6].

Los controladores difusos son dispositivos de inferencia que cuentan con un número determinado de variables difusas de entrada y una o más variable de salida o de control que permiten interpretar las reglas del tipo si-entonces, las cuales cuantifican en forma difusa, la descripción lingüística indicada por el experto, acerca de cómo realizar el control de una determinada tarea [7]. En la Figura 1 [5] puede observarse el diagrama en bloques de un controlador difuso (CD). Las variables de entrada y salida ingresan a las etapas de fusificación y defusificación respectivamente, ya que se supone que proviene de variables *crisp*. La base de conocimiento está constituida por la información de las particiones difusas de todas las variables y la base de reglas difusas que relacionan las variables de entrada con la o las variables de salida.

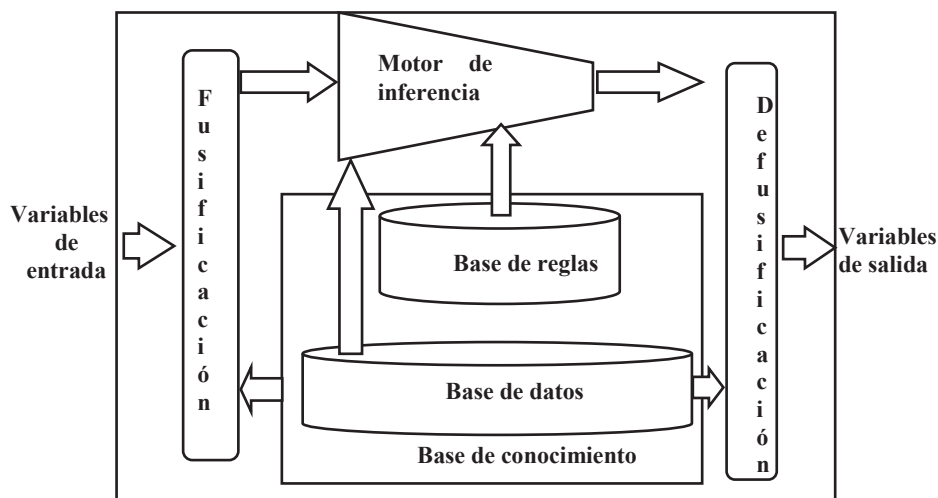


Figura. 1. Diagrama de un Controlador difuso

### 3 Materiales y Métodos

La investigación, del tipo exploratoria, se realizó en un curso correspondiente a la cohorte 2016, de la asignatura Geometría III (Proyectiva), del Profesorado en

Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales (FCEQyN) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), la cual se dicta en el tercer año de la carrera durante el segundo cuatrimestre del ciclo lectivo. La metodología se dividió en cuatro aspectos que se describen a continuación:

### 3.1 Delimitación de las instancias de evaluación y acreditación

Se han diseñado actividades de exposición teórica, análisis y resolución de situaciones problemáticas, trabajo de estudio grupal de temas ignotos para los estudiantes. Para esto último se conformaron grupos de trabajo con la posterior comunicación de resultados y defensa por parte de los integrantes (Entrevistas Clínicas Grupales – ECG).

El sistema de evaluación, previsto en el reglamento interno de la asignatura, fue aprobado en el año 2013, en tanto que los criterios y estándares utilizados en el proceso de evaluación son:

#### 3.1.1 Logros y aprendizajes significativos

A efectos de evaluar el desempeño del estudiante, ya sea en exámenes parciales o en ECG, se diseñó la “Rúbrica 1”, donde se describen las evidencias a evaluar (Tabla 1) [8].

**Tabla 1.** Rúbrica 1

Nivel	MB	B	R	Insuficiente
<b>Evidencia</b>	Contesta con precisión la consigna, y muestra un gran dominio de los conceptos involucrados.	Contesta con mediana precisión la consigna, o muestra dominio de algunos conceptos involucrados.	Contesta la consigna con dificultades, o muestra un escaso dominio de los conceptos involucrados.	No responde la consigna o la responde de manera incorrecta

#### 3.1.2 Desempeño individual y/o grupal

Para evaluar el desempeño del estudiante o del grupo al que pertenece se contemplaron los siguientes aspectos, que conforman la Actitud-proactiva, y permitieron diseñar la “Rúbrica 2”: comportamiento participativo en clase, cumplimiento de tareas o actividades asignadas, interacción con los restantes integrantes del grupo de pertenencia como con los restantes integrantes del curso, compartir sus aprendizajes con sus compañeros (Tabla 2) [8].

**Tabla 2.** Rúbrica 2

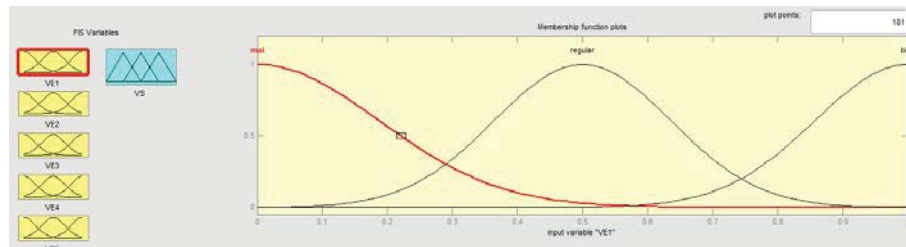
Nivel	Alto	Medio	Bajo
<b>Evidencia</b>	<p>Participa muy frecuentemente mostrando dominio de los temas abordados en clases anteriores.</p> <p>Asume un alto compromiso de compartir sus aprendizajes con sus compañeros.</p> <p>Cumple con todas las actividades asignadas.</p>	<p>Participa frecuentemente mostrando un mediano dominio de los temas abordados en clases anteriores.</p> <p>Asume un moderado compromiso de compartir sus aprendizajes con sus compañeros.</p> <p>Cumple con la mayoría de las actividades asignadas, haciendo necesario el reclamo de las faltantes.</p>	<p>Escasa participación en las clases mostrando un relativo dominio de los temas abordados en clases anteriores.</p> <p>No se involucra con el aprendizaje de sus compañeros.</p> <p>Es necesario el reclamo de un gran número de actividades faltantes, asignadas por las docentes.</p>

### 3.2 Selección de la herramienta de modelado difuso

Para modelar los conjuntos difusos y sistemas de inferencia se utilizó el software Matlab®. Para esto se seleccionó la herramienta “FIS” (*Fuzzy Inference System*), que es un editor para modelar controladores difusos del tipo Mamdani o Sugeno. Para la definición de las reglas de inferencia se optó por la arquitectura Mamdani.

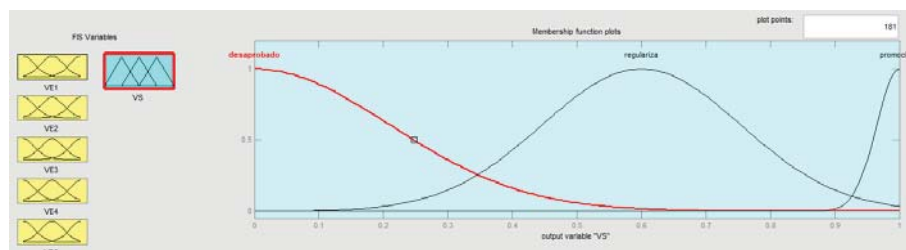
### 3.3 Diseño y desarrollo del sistema de controladores difusos

**Controlador difuso N° 1:** Este controlador fue diseñado para la evaluación de los exámenes parciales, recuperatorios y ECG. Cuenta con cinco variables de entrada, (correspondientes a cada uno de los ejercicios de los exámenes parciales y/o núcleos temáticos de las ECG) y una de salida (una décima de la calificación). De entre las herramientas que brinda el editor FIS de Matlab® se utilizaron: el método *Prod* (producto) para el *And* (conjunción), el método *Max* (máximo) para el *Or* (disyunción), *Sum* (suma) para la agregación y el Centro de gravedad para la transformación de variables lingüísticas (*defusificación*). Las funciones de pertenencia, tanto de las variables de entrada como la de salida, se definieron como tipo gaussiana (*gaussmf*). De igual forma, se han considerado tres *set* difusos para las cinco variables de entrada, cuyas etiquetas lingüísticas son: mal, regular y bien. Tanto las variables de entrada como de salida se han normalizado en un intervalo de valores comprendido entre 0 y 1, el cual constituye el respectivo universo de discurso de la variable. En la Figura 2 se presentan las funciones de membresía con las respectivas etiquetas modeladas con FIS.



**Figura 2.** Set difuso de la primera variable de entrada del CD N° 1

Por otra parte, los *set* difusos correspondientes a la variable de salida son: desaprobado, regulariza y promociona (Figura 3). Con la combinación de las variables de entrada y salida hicieron que la arquitectura de este controlador conste de un total de 201 reglas de inferencia.



**Figura 3.** Set difuso de variable de salida del CD N° 1

**Controlador difuso N° 2:** Este controlador fue diseñado para la obtención de calificaciones, en la etapa de acreditación, de aquellos alumnos que se hallaban en condiciones de promocionar la asignatura. El mismo cuenta, por un lado con cinco variables de entrada: 1er-parcial, 2do-parcial, 1er-ECG, 2da-ECG, Actitud-proactiva; y por otro con una variable de salida: Acreditación. Los métodos que se utilizaron de la herramienta FIS son los mismos que los adoptados para el CD N°1 (Figura 4); en tanto que, para la quinta variable de entrada, Actitud proactiva, las etiquetas definidas son: baja, media, alta (Figura 5).

Respecto de la variable de salida las etiquetas son: muy bien, distinguido, sobresaliente (Figura 6). Tanto las variables de entrada como de salida se han normalizado en un intervalo de valores comprendido entre 0,6 y 1, el cual constituye el respectivo universo de discurso de la variable. La existencia de correspondencias causales entre las variables de entrada y de salida, derivó en la definición de un total de 192 reglas de inferencia.

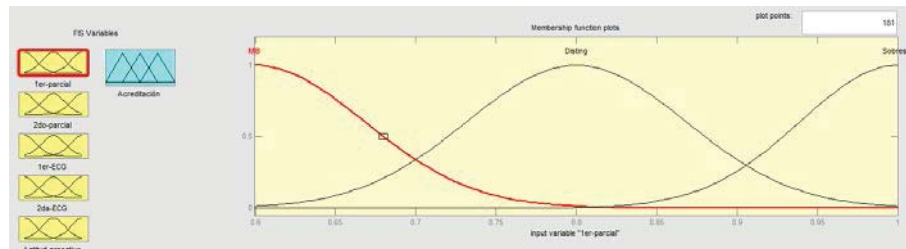


Figura 4. Set difuso de la primera variable de salida del CD N° 2

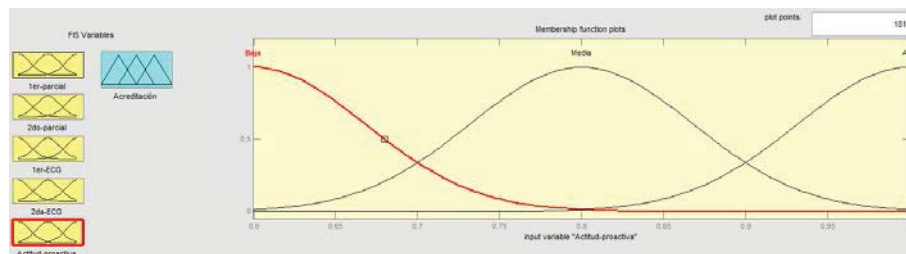


Figura 5. Set difuso de la quinta variable de entrada del CD N° 2

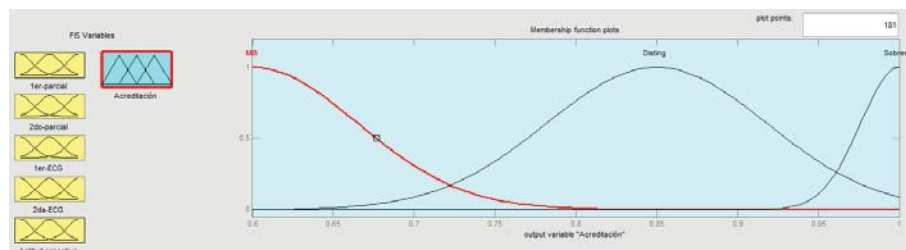


Figura 6. Set difuso de la variable de salida del CD N° 2

## 4 Resultados

La cantidad de alumnos que cursaron la asignatura, en el ciclo lectivo 2016, fue 34. A efectos de identificar a cada uno de los alumnos se asignó un código de manera de identificarlo por un alias.

A continuación, se presenta un ejemplo a efectos de mostrar el funcionamiento de ambos controladores difusos y la comparación con la calificación tradicional.

En la Tabla 1 se exponen los valores y notas de salida, obtenidos con el CD N° 1, de dos alumnos testigos, a partir de los valores crisp de entrada, correspondientes a las cuatro instancias evaluativas (1er parcial o recuperatorio, 2do parcial o recuperatorio, 1era ECG, 2da ECG), acompañados, en cada caso, por las notas asignadas por el cuerpo docente en la instancia de evaluación respectiva.

**Tabla 1.** Valores y notas de salida de instancias de evaluación obtenidos CD N° 1

	Alumno	Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5	Valor salida	Nota salida	Nota Prof.
<b>1er parcial</b>	B1	0,8	0,25	0,5	0,8	0,5	0,605	6,05	6
	D6	0,75	0	0,5	0,75	0	0,405	4,05	4
<b>Rec. 1er parcial</b>	D6	0,5	0	0,8	0,8	0,5	0,606	6,06	6
<b>2do parcial</b>	B1	0	0,75	1	0	0	0,243	2,43	2
	D6	0	0,75	0,8	1	0	0,548	5,48	4
<b>Rec. 2do parcial</b>	B1	0	0,5	0	0,8	0,75	0,445	4,45	4
	D6	0,5	0	0,8	0,8	0,5	0,606	6,06	6
<b>1era. ECG</b>	B	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,966	9,66	9
	D	1	1	1	0,75	0,75	0,952	9,52	9
<b>2da. ECG</b>	B	1	0,8	0,8	0,8	1	0,95	9,5	9
	D	1	1	0,75	1	0,9	0,972	9,72	9

Si bien B1 alcanzó la nota de promoción (seis) en el primer parcial, en el segundo debió recuperarlo, no promoviendo esta evaluación, por lo que no estuvo en condiciones promover la asignatura, quedado finalmente como alumno “Regular”. Por otra parte, D6 tuvo que recuperar tanto el primero como el segundo parcial, logrando la promoción de ambas evaluaciones.

En la Tabla 2 se exponen las notas de salida, obtenidas a expensas de FIS, para las cuatro instancias evaluatorias a las que se le incorporó el valor crisp para la quinta variable “Actitud-proactiva”. Como B1 sólo pudo regularizar la asignatura, es que únicamente se cargaron, en el CD N° 2, los valores de salida del CD N° 1 pertenecientes a D6.

**Tabla 2:** Determinación de la nota de salida con CD N° 2 para acreditación de D6

VALORES DE SALIDA DEL CD N°1						Act. Pro-act	Valor de salida CD N° 2	Nota de salida	Nota prof.
1er Parc.	Rec	2do Parc	Rec	1era ECG	2da ECG				
0,405	0,606	0,548	0,606	0,952	0,972	0,8	0,936	9,36	8



## 5 Conclusiones

En el presente trabajo pudo diseñarse y construirse un sistema de dos controladores difusos para la obtención de calificaciones a efectos de la acreditación de la cohorte 2016 de Geometría III, del Profesorado en Matemática de la FCEQyN de la UNaM. Se han considerado todas las instancias y fases de evaluación. La modelización de los controladores creados permitió determinar la nota final de acreditación con un nivel mayor de certidumbre, ya que cada uno se encontraba en el umbral correspondiente (o en proximidades del umbral). Asimismo, se confrontaron los resultados vertidos por el sistema de controladores difusos con los provenientes del proceso de evaluación tradicional del mismo período. Pudo establecerse que la metodología propuesta resultó más equitativa que la tradicional debido a que, por un lado, se eliminaron posibles errores y, por otro, se modelaron las variables de entrada y salida de manera que los controladores proveen una función que las vincula dando como resultado un valor acorde a la singularidad y desempeño de cada alumno, cualidad asociada a través de variable “Actitud proactiva”. Además, a diferencia del promedio se pueden dar peso a las reglas y operar con funciones de pertenencia que sean no lineales, lo cual no es posible con el promedio matemático. Debido a su interpretabilidad permite ser utilizado por usuarios no expertos en lógica difusa.

Con el diseño, construcción e implementación del sistema de controladores difusos para la obtención de calificaciones, se cumplieron tanto el objetivo general como los específicos, propuestos en el proyecto de investigación.

## Referencias

1. Anijovich, R., González, C.: Evaluar para aprender. Conceptos e instrumentos. Aique Grupo Editor, Buenos Aires (2013)
2. Palou de Maté, M.: La enseñanza y la evaluación. Una propuesta para matemática y lengua. GEEMA-UNCo, Buenos Aires (2003)
3. Lombardo G., Chrobak, R.: Uso de la Entrevista Clínica en la Evaluación Diagnóstica Continua en Geometría Proyectiva. Revista de Ciencia y Tecnología, vol. 24, pp. 65-69. Recuperado el 25 de abril de 2017 de [http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S1851-75872015000200010&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1851-75872015000200010&lng=es&nrm=iso&tlng=es). (2015)
4. Rodríguez, M.: Resolución de Problemas. En Pochulu, M., Rodríguez, M. (comp.) Educación Matemática. Aportes a la Formación Docente desde distintos enfoques teóricos, pp. 153-174. Editorial UNGS – EDUVIM, Buenos Aires (2012)
5. Marinelli, M.: Control automatizado de cultivos hidropónicos mediante Lógica Difusa. Tesis Doctoral no publicada. Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, Posadas (2015)
6. Martín del Brío, B., Sanz Molina, A.: Redes neuronales y sistemas borrosos. Alfaomega, México (2007)
7. Gómez Salas, F.: Sistemas difusos jerárquicos para modelado y control. Tesis de Maestría. Centro de investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Recuperada el 30 de enero de 2014 de <http://www.ctrl.cinvestav.mx/~yuw/pdf/MaTesGSFJ.pdf>

8. Lombardo, G.: Aplicación de la lógica difusa en el proceso de evaluación en Matemática. Tesis Doctoral no publicada. Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Comahue, Neuquén (2015)